

CÁLCULO DE VOLUMES

Parte 1 - https://www.youtube.com/watch?v=FRpa6Uizk_s&feature=youtu.be

Parte 2 - <https://youtu.be/TFNwY1qlHQo>

Introdução

O cálculo de volumes é aplicado em diversos projetos que necessitam de movimentação de terras, como construção de estradas, canais, fundações de obras, mineração, reservatórios, aterros sanitários, entre outras.

A determinação do volume de cortes e aterros se faz necessário também no orçamento dos projetos, já que correspondem a uma porcentagem apreciável no custo dos mesmos (MCCORMAC, 2010).

Além da topografia convencional existem possibilidades de se determinar volumes com outras técnicas, como aerofotogrametria, *drones*, *LiDAR* e *Laser Scanner*.

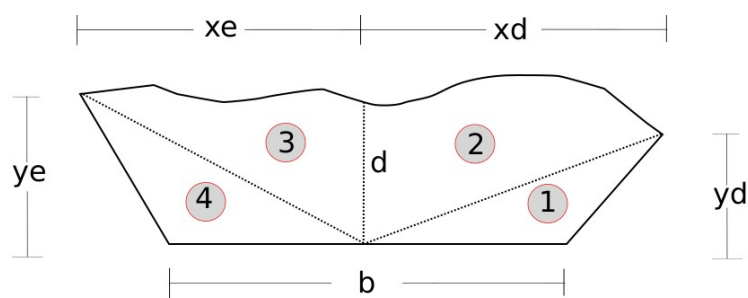
Neste capítulo serão vistos algumas técnicas muito usadas, a saber:

1. Fórmula da área média das seções;
2. Fórmula do tronco da pirâmide;
3. Cálculo de volume por divisão de prismas verticais.

Fórmula da área média das seções.

A fórmula da área média das seções pode ser aplicada quando temos duas seções transversais consecutivas, caso muito aplicado na construção de estradas. Neste caso é determinada a área de cada seção, a média entre as áreas, que por sua vez é multiplicada pela distância entre as mesmas.

Para o cálculo da área das seções necessita-se de medidas de acordo com a Figura 01.



- b - medida da plataforma
- d - altura da seção no eixo
- ye - altura do lado esquerdo da seção
- yd - altura do lado direito da seção
- xe - medida do lado esquerdo da seção
- xd - medida do lado direito da seção

Figura 01 – Medidas da seção transversal para cálculo de área.

A área é determinada pela soma das áreas das figuras geométricas 1, 2, 3 e 4 mostradas na Figura 01. Assim, podemos determinar o volume por:

$$S = \frac{1}{2} * \left(\frac{b}{2} * yd \right) + \frac{1}{2} * \left(\frac{b}{2} * ye \right) + \frac{1}{2} * (xe * d) + \frac{1}{2} * (xd * d) \rightarrow$$

$$S = \frac{b}{4} * (yd + ye) + \frac{d}{2} * (xd + xe) \quad (1)$$

Neste método o volume é determinado por duas seções consecutivas, conforme Figura 02.

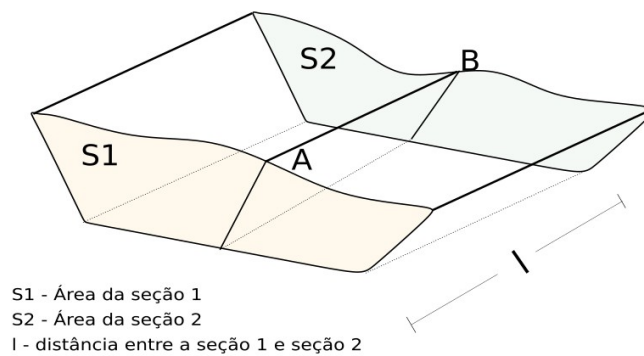


Figura 02 – Seções transversais consecutivas

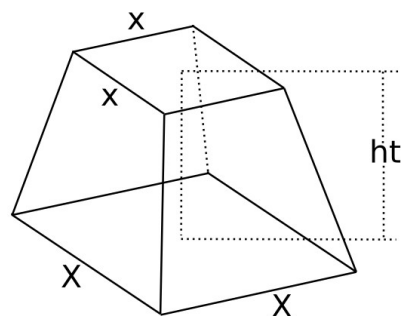
Após a determinação das áreas o volume é dado por:

$$V = \left(\frac{S1 + S2}{2} \right) * l \quad (2)$$

Vale ressaltar que esta técnica pode ser aplicado em casos de corte e aterro.

Fórmula do tronco da pirâmide ou prismoide.

Para determinar o volume por este método temos que recordar o volume do tronco da pirâmide.



ht - altura do tronco da pirâmide
x - lado do topo
X - lado da base.

Figura 03 – Tronco da pirâmide

$$V_t = \frac{ht}{3} * (X^2 + x^2 + \sqrt{X^2 * x^2}) \quad (3)$$

De forma análoga a equação (3) pode ser usadas para determinar o volume entre duas seções (V_s), ou seja:

$$V_s = \frac{l}{3} (S1 + S2 + \sqrt{S1 * S2}) \quad (4)$$

onde, l é a distância entre as duas seções, $S1$ e $S2$ a área das seções.

A fórmula do prismoide pode se aplicada na prática para calculo de volumes em montes, conforme Figura 04:

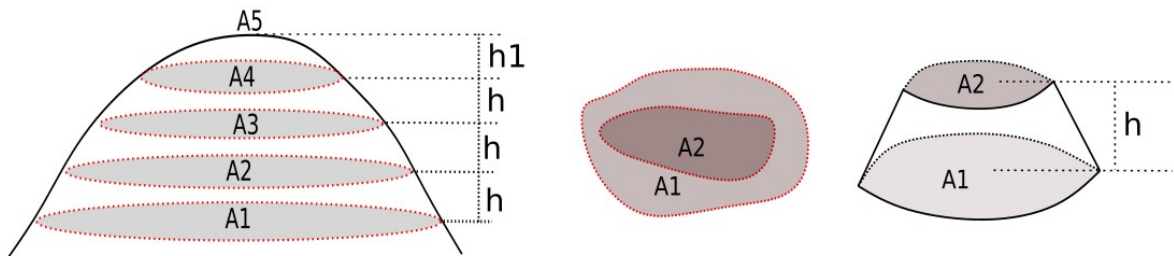


Figura 04 – Aplicação do uso do prismoide

Considerando o exemplo da Figura 04, podemos calcular o volume pelo somatório dos volumes dos troncos.

$$V_t = \frac{h}{3} * [(A1 + A2 + \sqrt{A1 * A2}) + (A2 + A3 + \sqrt{A2 * A3}) + (A3 + A4 + \sqrt{A3 * A4})] + (\frac{h1}{3}) * A4$$

$$\rightarrow V_t = \frac{h}{3} * (\sum_{n=1}^{n-1} A_{(i)} + A_{(i+1)} + (\sqrt{A_{(i)} * A_{(i+1)}})) + (\frac{h1}{3}) * A4 \quad (5)$$

onde A_i são as áreas e h é a altura do tronco de pirâmide.

Na expressão (5) aparece o termo $h1$, cujo um terço deste valor multiplica com $A4$, isto se dá porque no topo do monte não obedece a equidistância entre as curvas de nível e a área $A5$ equivale a zero. Obviamente esta expressão pode ser adaptada e aplicada em demais casos.

Calculo de volume por divisão de prismas verticais.

Em alguns projetos é comum que os volumes estejam compreendidos entre duas superfícies irregulares ou não (superfície do terreno e projeto). Neste caso pode-se proceder com o cálculo de volume pela divisão do sólido em prismas verticais, conforme ilustra a Figura 05.

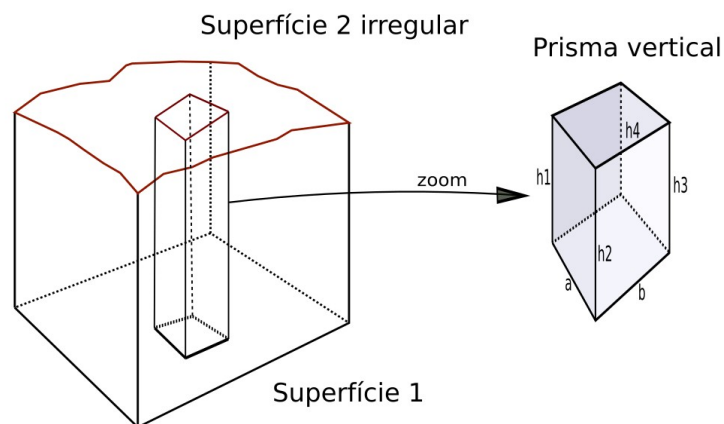


Figura 05 – Cálculo de volume pela divisão de prismas verticais

A Figura 06 exemplifica uma superfície em que se deseja determinar o volume. Trata-se de um terreno com cotas conhecidas em cada estaca e cotas de um projeto.

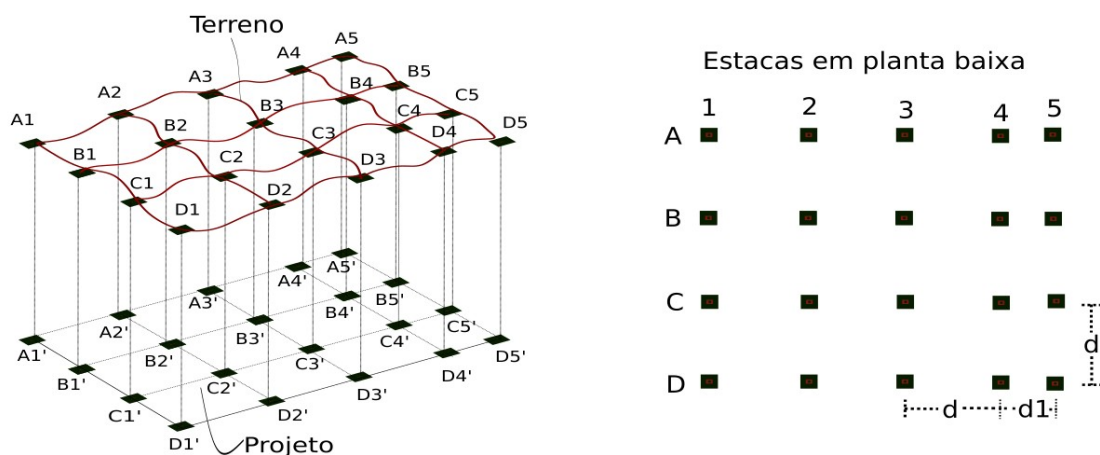


Figura 06 – Cálculo de volume pela divisão de prismas verticais entre cotas de um terreno e cotas de um projeto.

A altura de cada lado do prisma (hp_n), neste caso, é dada por:

$$hp_n = CT_n - CP'_n \quad (6)$$

onde CT_n correspondem às cotas A1, A2, A3, A4, A5, B1, B2, B3, B4, B5, C1, C2, C3, C4, C5, D1, D2, D3, D4, D5 e CP'_n correspondem às cotas A1', A2', A3', A4', A5', B1', B2', B3', B4', B5', C1', C2', C3', C4', C5', D1', D2', D3', D4' e D5'

Para cada prisma é determinada a média de seus lados (hm_i), como no exemplo do prisma formado pelos lados A1-A1', A2-A2', B1-B1' e B2-B2':

$$hm_1 = \frac{(h_{(A1-A1')} + h_{(A2-A2')} + h_{(B1-B1')} + h_{(B2-B2')})}{4} \quad (7)$$

A equação (7) deve ser usada para determinar a média dos lados em todos os prismas. A área da base, no caso da Figura 06, de alguns prismas é dado por:

$$a = d^2 \quad (8)$$

Observando a Figura 06 verifica-se que os prismas formados pela coluna de estacas 4 e 5 não possui a mesma distância em planta baixa dos demais prismas, neste caso a área da base é dada por:

$$a1 = d * d1 \quad (9)$$

Dependendo da configuração planimétrica do terreno pode ocorrer vários prismas com configurações de bases diferentes e consequentemente áreas de base diferentes (a_i), estas áreas devem ser multiplicadas pelos valores médios de hm_i correspondente. Assim, o volume final é dado por:

$$V = \sum hm_i * a_i \quad (10)$$

O método de calculo de volumes por divisão de prismas verticais pode ser aplicado em diversas situações e sua precisão depende da resolução, ou seja, quanto maior o número de prisma em uma determinada área, melhor a precisão.

Exercícios para fixação em sala de aula.

1) Em um projeto de estradas foi necessário o calculo de volume de terras. Os dados das seções são fornecidos na tabela que segue. Com estes dados determine o volume total entre as seções 1 e 4 utilizando a fórmula da área média das seções. Unidades em metros.

Dados	Seção 1	Seção 2	Seção 3	Seção 4
b	14	14	14	14
ye	4,3	5,01	3,24	4
yd	4,99	5,01	4,21	4,5
xe	15,89	15,54	14,03	13,88
xd	17,77	18,04	16,5	15,02
d	4,32	4,12	4,07	4,08
l	20			

Dica:

- Verificar a Figura 01 para identificar as variáveis;
- Utilizar as equações (1) e (2);
- Disposição das seções similar ao mostrado na Figura 02.

Resposta

	Seção 1	Seção 2	Seção 3	Seção 4
Área	105,2206	104,2448	88,20355	88,706
V12	2094,654			
V23	1924,4835			
V34	1769,0955			
VT	5788,233			

2) Considere a área das seções do exercício anterior e determine o volume pela fórmula do tronco de pirâmide. Compare os resultados. A distância entre as seções é de 20 metros.

	Seção 1	Seção 2	Seção 3	Seção 4
Área	105,2206	104,2448	88,20355	88,706

Resposta

Volumes	Área média		Tronco pirâmide
V12	2094,65		2094,65
V23	1924,48		1922,25
V34	1769,10		1769,09
VT	5788,23		5785,99

Comparando os resultados verificamos que houve uma pequena diferença. Esta diferença se intensifica quando as áreas das seções consecutivas são muito diferentes.

Introdução ao sistema computadorizado para cálculo de volumes

A seguir será apresentado um exemplo de levantamento e cálculo de volume com o sistema posição (<http://www.posicao.com.br/>), cuja licença foi cedida para o Laboratório de Topografia e Geodésia do Campus Pontal do Paraná-UFPR. O levantamento realizado no município de Itaquí-RS foi cedido por Silva, 2017 (Figura 07).



Figura 07 – Localização de pontos e curvas de nível geradas.

O *software* permite projetar perfiz de um alinhamento qualquer e interpolar seções transversais automaticamente, conforme ilustra Figura 08.

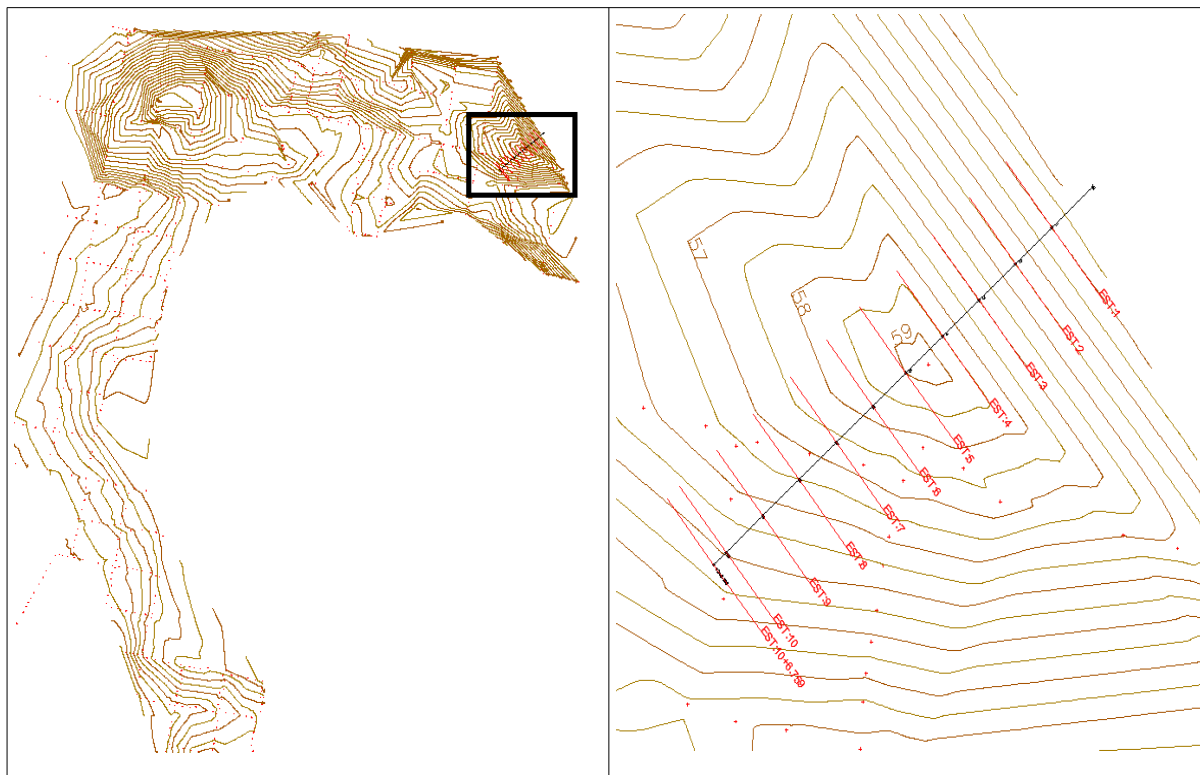


Figura 08 – Perfil e seções transversais

O perfil de Terreno do alinhamento escolhido é mostrado na Figura 09. Neste perfil podemos observar a coerência entre o perfil traçado e as curvas de nível mostradas no Terreno.

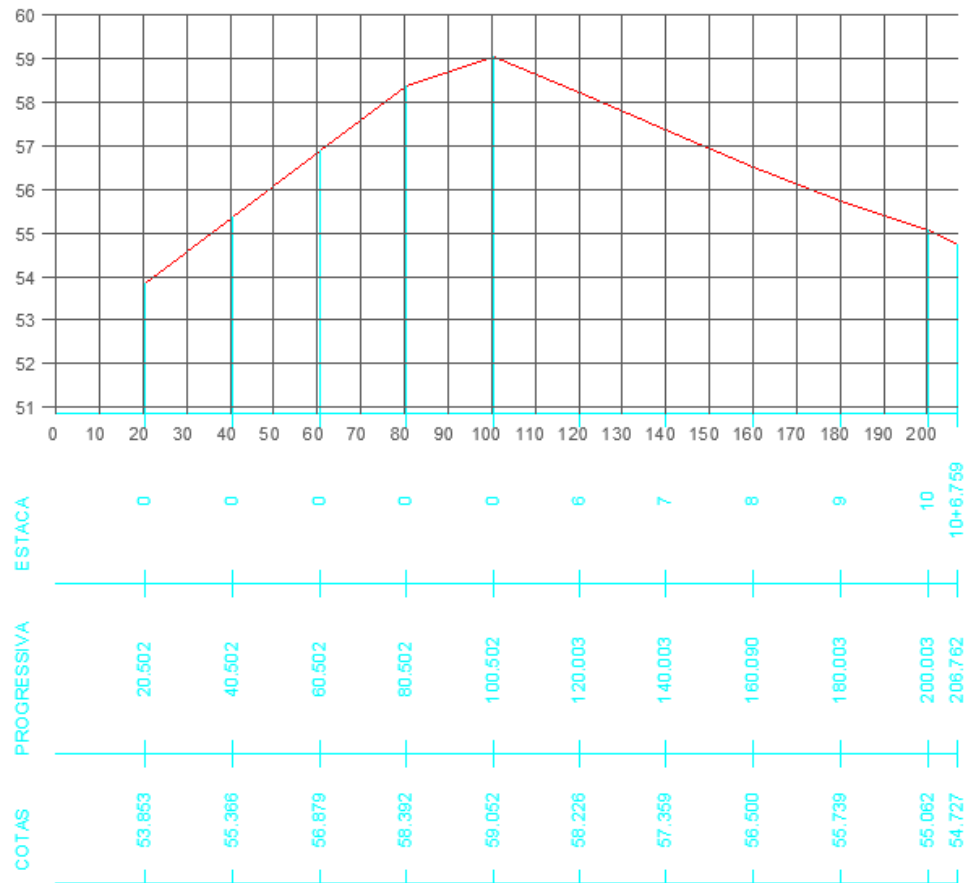


Figura 09 – Perfil de terreno

O sistema também permite projetar no alinhamento com as seções transversais uma rampa com inclinação variável e calcular o volume de corte e aterro entre o terreno e o projeto nas seções consecutivas. A Figura 10 mostra um exemplo do projeto nas estacas 07, 08 e 09 ilustradas na Figura 08.

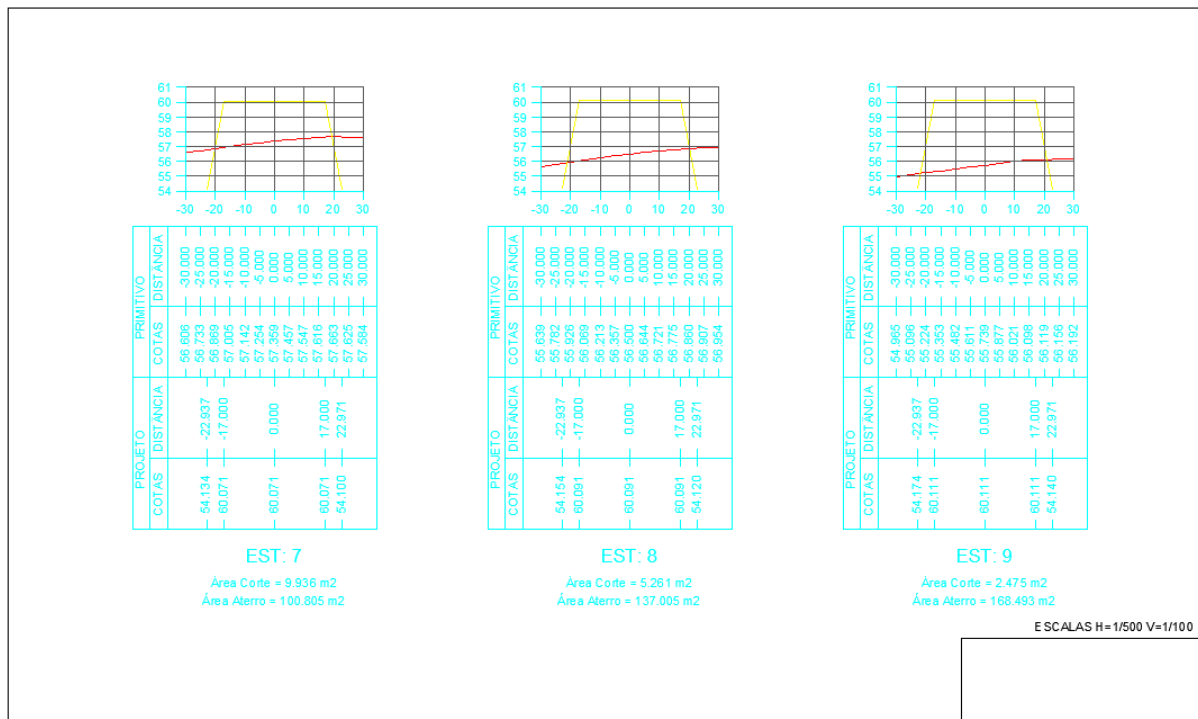


Figura 10 – Desenho de seções transversais e determinação de corte e aterro.

O projeto de rampa entre as estacas 1 e 10 pode ser visualizado em 3D, conforme Figura 11, também o módulo volume do *software* posição permite visualizar todas as seções, neste exemplo serão visualizadas as seções das estacas 1, 4 e 6, respectivamente.

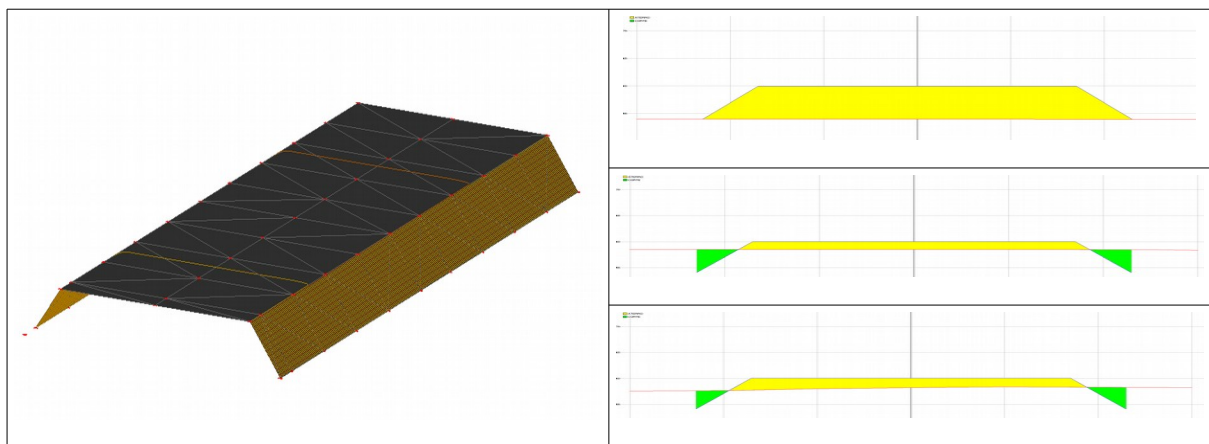


Figura 11 – Visualização 3D do projeto e seções individuais.

Os relatórios são gerados automaticamente, conforme exemplo da Figura 12.

Resultados do Volume

CÁLCULO DE VOLUME

PRIMITIVO x PROJETO

ESTACA INICIAL:

1

ESTACA FINAL:

10+6.759

ÁREA TOTAL DE CORTE:

84.618 m2

ÁREA TOTAL DE ATERRO:

1508.421 m2

VOLUME TOTAL DE CORTE:

1645.237 m3

VOLUME TOTAL DE ATERRO:

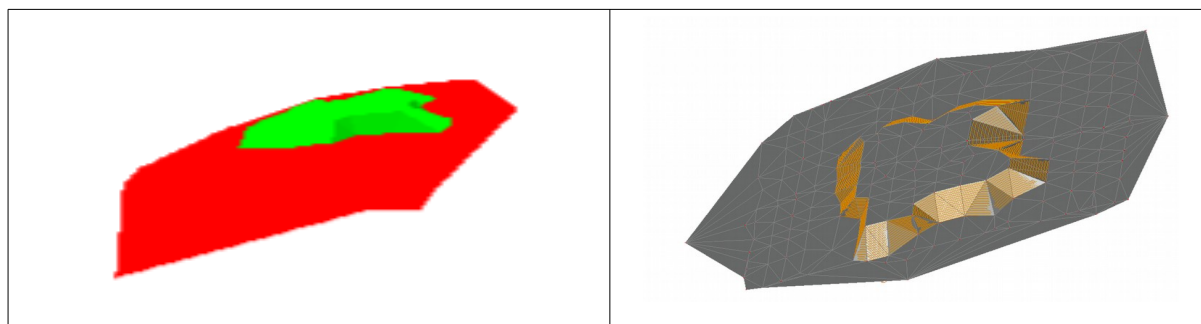
22689.490 m3

Relatório

Sair

Figura 12 – Cálculo automático de volumes entre seções transversais.

Também é possível determinar volumes entre duas superfícies e gerar relatórios. A Figura 13 ilustra duas superfícies hipotéticas para determinação de volumes entre elas (acima da superfície representado em vermelho encontra-se outra superfície representada em verde).



O relatório é gerado automaticamente, conforme Figura 14.

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

Data: 01/05/2020 Page 1 of 1

RELATÓRIO DE VOLUME

CLIENTE:

OBRA:

MUNICÍPIO:

ESTADO:

LOCAL

SUPERFÍCIE:	C:\Users\Alexandre\OneDrive - ufpr.br\Dados Projetos\litaqui posicao\entre sup 1.mdt		
REFERÊNCIA:	Superficie: C:\Users\Alexandre\OneDrive - ufpr.br\Dados Projetos\litaqui posicao\entre s		
ÁREA DE CÁLCULO	Área Comum		
VOLUME DE CORTE (m3)	297726.601	N. TRIÂNGULOS SUPERFÍCIE	427
VOLUME DE ATERRO (m3)	0.000	N. TRIÂNGULOS REFERÊNCIA	427
DENSIDADE	1.08	N. TRIÂNGULOS TOTAL	854
PESO (ton)	0		

Figura 13 – Relatório de cálculo de volume entre duas superfícies.

Rotina para calculo de volume em linguagem Matlab.

A rotina abaixo determina o volume entre seções consecutivas pelo método das seções médias e o tronco das pirâmides. A rotina pode ser utilizada em plataforma *Octave* (<https://www.gnu.org/software/octave/>).

```
%%%%%%%% CÁLCULO DE VOLUMES ENTRE SEÇÕES TRANSVERSAIS.
clear all;
close all;
format long
disp(' ***ESTE PROGRAMA CALCULA O VOLUME DE SEÇÕES CONSECUTIVAS***');
disp(' -----');
disp(' Dados para Calculo de area de secao ')
disp(' -----');
disp(' _ _ _ _ _ xe _ _ _ xd _ _ _ ')
disp(' ye \ _ |h _ / yd _ ')
disp(' _ _ _ _ _ / _ _ _ ')
disp(' _ _ _ _ _ plataforma _ _ _ ')
disp(' -----');
n = input('Entre o com o numero de secoes ---');;
i=0;
while i < n
b = input('Entre o com o valor da plataforma da secao ---');
d = input('Entre o com o valor da altura do eixo h ---');
yd = input('Entre o com y direito da secao yd ---');
ye = input('Entre o com y esquerdo da secao ye ---');
xd = input('Entre o com x direito da secao xd ---');
xe = input('Entre o com x esquerdo da secao xe ---');
A = ((b/4)*(yd +ye)) + ((d/2)*(xd+xe)); %%%%%%%%% Determinação das áreas
disp(' -----');
disp('Secao seguinte');
i = i+1;
S(:,i) = A;
T = size(S);
TT=T(1,2);
%%%%%%%%%%%%%%
if TT>=2
if i+1>n
am = (S(1,n-1)+S(1,n))/2;
vtp = (S(1,n-1)+S(1,n) + sqrt(S(1,n-1)*S(1,n))) ;
else
am = (S(1,i-1)+S(1,i))/2;
vtp = (S(1,i-1)+S(1,i) + sqrt(S(1,i-1)*S(1,i))) ;
end
AM(:,i) = am;
Atp(:,i) = vtp;
end
end
AM=AM(1,2:i);
AMtp = Atp(1,2:i);
l = input('Entre o com a distancia entre as secao ---');
V = AM.*l;
Vtp = AMtp.*(l/3);
disp(' VOLUME FINAL PELO MÉTODO DAS SECOES MEDIAS EM m^3');
VSM = sum(V)
disp(' VOLUME FINAL PELO MÉTODO TRONCO DE PIRÂMIDE EM m^3');
VSM = sum(Vtp)
```

Sugestão de exercícios

- 1) Fazer o exercício nº 88, página 94 do livro: *BORGES, A. C. Exercícios de topografia. 3. ed. São Paulo: Edgard Blücher, 2013.*
- 2) Fazer o exercício da página 234 do livro: GONÇALVES, J. A.; MADEIRA, S. *Topografia -Conceitos e Aplicações 3ª Edição (Atual e Aumentada); Lisboa: LIDEL Edições Técnicas Ltda, 2012.*
- 3) Calcular o volume dos exercícios anteriores com a rotina apresentada.

4 – BIBLIOGRAFIA

MCCORMAC, J. *Topografia. 5º Edição. Editora LTC. Rio de Janeiro, 2010*

GONÇALVES, J. A.; MADEIRA, S. *Topografia -Conceitos e Aplicações 3ª Edição (Atual e Aumentada); Lisboa: LIDEL Edições Técnicas Ltda, 2012.*

SILVA, R. M. *Proposta de metodologia para definição de um modelo digital de elevação para monitoramento de áreas de inundação. Dissertação de mestrado. Unipampa, 2017.*

Leituras complementares

BORGES, Alberto C. *Topografia Aplicada à Engenharia Civil. 1ª Ed. Vol 2. São Paulo: Editora Edgard Blücher. 232p. 1992*

BORGES, A. C. *Exercícios de topografia. 3. ed. São Paulo: Edgard Blücher, 2013*

BORGES, Alberto C. *Topografia Aplicada à Engenharia Civil. 2ª Ed. Vol 1. São Paulo: Editora Edgard Blücher. 191p. 1977.*

COMASTRI, J.A. & TULER, J.C.; *Topografia: altimetria, 3. ed. Viçosa; Impr. Univ. UFV, 1999. 200 p.*

VEIGA, L. A. K.; ZANETTI, M. A. Z.; FAGGION, P. L. *Fundamentos de Topografia – Material de Apoio para a disciplina de Topografia II do Curso de Engenharia Cartográfica e de Agrimensura da UFPR: altimetria, locação e levantamento planialtimétrico. Universidade Federal do Paraná. UFPR, 2014.*

VEIGA, L. A. K.; ZANETTI, M. A. Z.; FAGGION, P. L. *Fundamentos de Topografia. Engenharia Cartográfica e de Agrimensura. Universidade Federal do Paraná. UFPR. 2012.*